

La exactitud y precisión en los conceptos matemáticos

Wilson Brañas-Sosa*

Justificación del Tema

Se ha expresado preocupación recientemente -inclusive por medios de comunicación masiva-, acerca de las dificultades que en general los educandos muestran en el aprendizaje de las matemáticas.

El tema merece un tratamiento pedagógico en profundidad, válido para cualquier nivel y cuyo enfoque no esté circunscrito únicamente al campo metodológico, sino que, adentrándose en el terreno didáctico, pueda sugerir a los docentes su reflexión sobre cómo se dan los conceptos matemáticos.

Hemos de aceptar que, en toda disciplina, la exactitud y precisión en los conceptos, es un presupuesto ineludible. Con mucho mayor razón, cuando se trata de una ciencia exacta, que por sí sola parecería estar exigiendo con más rigorismo esas condicionantes.

Noción del Concepto

Conceptuar, expresa una conocida definición, es reunir en un todo orgánico, los caracteres fundamentales de algo. Es decir, dirigida o no a conceptos matemáticos la referencia, al conceptuar hemos de tomar el conjunto de notas o caracteres principales, esenciales, fundamentales del ente o de la cosa.

Como vamos a ver más adelante, estas notas o caracteres fundamentales a pesar de la universalidad con que estamos manejando los términos no son siempre inalterables y constantes, ni aun mismo en la matemática, que no es una ciencia inmovible a través del tiempo, como no lo es tampoco la enseñanza. Pero, sin embargo, existe una relativa estabilidad del contenido fundamental de ese concepto, que es justamente, lo que permite que el concepto se pueda enseñar, que se pueda elaborar-merced a la estabilidad de esas notas- la noción de concepto.

Y desde luego a no confundir el concepto del objeto con la representación del mismo. Por ejemplo, el concepto: 3. No debemos confundir el concepto con el símbolo, o con la representación o con la palabra que lo acompaña. Y ello entre muchas razones, por cumplir con la exigencia cartesiana de que las acciones o conocimientos deben ser claros y distintos y de que el espíritu debe luchar por su adquisición. Exigencia ésta de Descartes que es reafirmada por Spinoza: de ahí vienen estas nociones que entramos a analizar de: exactitud y precisión.

Distinción entre Exactitud y Precisión

Corresponde hacer una distinción entre ambos conceptos y no solamente para las matemáticas. Se piensa a veces que es solamente esta ciencia la que debe dar los conceptos exactos, como si en otras disciplinas: política, sociología, etc., no fuera posible lograr conceptos exactos y precisos.

Es responsabilidad del docente, cualquiera sea el tema, enseñar los conceptos con la mayor precisión y exactitud posibles de acuerdo con su alcance, a su formación, a su sentido de superación y responsabilidad. Pero, ciñéndonos estrictamente a los conceptos matemáticos: ¿qué significa exactitud? Dijimos que en un concepto deben reunirse una serie de notas esencia-

* Wilson Brañas Sosa, uruguayo, es especialista en dificultades del aprendizaje, egresado del Instituto Normal y del Instituto Magisterial Superior de Montevideo. También es periodista, actividad que ha ejercido profesionalmente.

es (a veces hay una sola) es decir, que debemos dar notas esenciales y verdaderas. Eso por lo menos. Porque pueden agregarse también, para caracterizar mejor el concepto, para que se le aprecie con mayor claridad, además de sus notas esenciales, también lo que pueden ser notas accesorias siempre que también sean notas verdaderas, que no exista ninguna falsa. Hablando pues, pedagógicamente, la exactitud de un concepto significa que no se puede dar en el conjunto de notas que constituyen un concepto, ninguna que sea falsa; hay que dar lo verdadero, lo correcto, es decir, lo que concuerda con la realidad.

Esto es peligroso en matemáticas, ya que esta trabaja con objetos ideales, que al parecer no existen en la naturaleza, y el educador no puede enseñar ningún concepto, donde las notas que se den no sean verdaderas. Se trate pues, de notas fundamentales, esenciales o accesorias, debemos cumplir con la exactitud del concepto matemático. Si tomamos como ejemplo el rectángulo, ente ideal, símbolo, el problema es cómo se va a elaborar el concepto de rectángulo.

Y bien. Toda definición tiene dos partes: el género próximo y la diferencia específica, Aplicándolo a la definición de rectángulo, el género próximo es el de ser cuadrilátero, y la diferencia específica, que tiene los cuatro ángulos rectos. Esto no es falso, es una nota que abarca todo el concepto, es una nota esencial, fundamental. Pero es un ejemplo de definición redundante. Se puede hacer más corta, se puede simplificar. De todos modos, es aceptable ya que no encierra ninguna nota falsa. El concepto es entonces exacto, pero, nos preguntamos: ¿es preciso?

Debemos entonces ver qué se entiende por precisión.

La precisión de los conceptos se trate o no de conceptos matemáticos, apunta a la selección de las notas absolutamente necesarias, eliminando las notas accesorias.

Es decir que exactitud entonces es más amplio que precisión: para que un concepto sea preciso debe ser exacto. Pero puede ser exacto sin ser preciso. Desde el punto de vista pedagógico, la precisión es una exigencia que en general puede no admitirse. En cuanto a la definición de rectángulo a que nos referíamos, podemos decir -si queremos que sea precisa- que el rectángulo es un cuadrilátero que tiene un ángulo recto. Para fines prácticos, hemos de afirmar que es mejor la definición exacta, ya que la mente de un educando y sobre todo si trata de un escolar, no comprende la lógica de una definición precisa, aunque sea deseable presentarla en clase.

Conceptos primitivos

Pero, el problema se nos complica, porque existen y no solo en matemáticas conceptos primitivos, es decir conceptos que no admiten una definición. Hay conceptos muy generales que sólo admiten definiciones indirectas, por ej: qué definición debemos dar de "número" o de "figura". Y en realidad no hay manera de hacerlo, porque la definición de figura establece que es un conjunto de puntos. Pero como debemos definir el concepto de punto, podríamos decir que es una cosa que no tiene dimensiones. En este caso debemos definir lo que es "cosa" y lo que es "dimensión"; y esto es más difícil que definir "punto". Por lo tanto, hace centenares de años que se ha renunciado a definir: punto, recta, plano, etc. Se toman como conceptos primitivos, aunque hay autores como Gaios que intenta dar un concepto de "punto" partiendo de "esfera".

De todos modos, en cuanto a los conceptos matemáticos se refiere, podemos decir que la exactitud es completamente necesaria, mientras que la precisión es cuestión de grados, depende de la madurez del estudiante.

Dijimos también que la matemática trabaja con objetos ideales. Parecería oportuno hacer referencia a la posición idealista, a la posición materialista, a la "Querrela de los Universales" que abarcó todo un siglo, pero, razones de espacio nos obligan a referir otros aspectos más importantes.

Movilidad de los conceptos

En cuanto a la exactitud y precisión de los conceptos, podemos decir que son móviles. Son conceptos provisorios, relativos, no existen conceptos absolutos, válidos para siempre, aunque tienen una cierta estabilidad. La matemática de Euclides que pierde cada vez más su vigencia es un ejemplo de ello, lo cual resulta fácilmente explicable: el progreso científico y su agresivo paso de carga de las últimas décadas, la nueva realidad científica derivada de ese mismo progreso científico ha impuesto no sólo la necesidad de nuevos procedimientos y nuevas soluciones, sino también de nuevos conceptos, y por lo mismo de nuevos procesos. En el sistema de la movilidad, tenemos además el aspecto histórico y el aspecto lógico mental. Como expresamos, la humanidad no ha permanecido estática en cuanto a los conceptos. Un ejemplo claro: el concepto de número. Una cosa era cuando el hombre primitivo tenía el concepto y decía: uno, dos, muchos, y otra cosa fue cuando tuvo en sus manos todo el repertorio de los números naturales y de su escritura cualquiera que ella fuera: romana, decimal, etc. Un paso más fue cuando creó el concepto de número

quebrado, roto, y el término mismo está diciendo cuan doloroso debió ser para la humanidad la existencia de un número que quebrara la realidad, sobre todo para los que filosóficamente participaban de la posición idealista.

El aspecto psicológico y el didáctico

Y toda esa profundización, por así decirlo, cuando hemos tratado de saber a qué atenernos en lo relativo a los conceptos matemáticos, a qué son, y en cuanto a determinar el papel de la exactitud y precisión en los conceptos matemáticos.

Pero este enfoque requiere aún plantearnos la inquietud de sí los conceptos matemáticos, así como los hemos configurado en cuanto a precisión y exactitud, es posible que lleguen al educando en edad escolar y justamente, hasta qué grado en cuanto a la exactitud y en cuanto a la precisión. O sea, tenemos que adentrarnos en el didactismo del tema y en el fundamento psicológico del tema. Cabe recordar -aunque muchos piensen que puede estar desactualizado— que May distinguía cuatro etapas en esta tarea de adentrar al niño y enfrentarlo en el mundo de las relaciones matemáticas: una primera puramente concreta, donde el niño maneja objetos concretos; una segunda reservada a la manipulación de imágenes de objetos familiares (para muchos de nuestros niños les es familiar manipular una computadora); la tercera que se ocupa de la acción con materiales semiconcretos y representaciones intuitivas, y una última que sería la de los símbolos que representan cantidades, cifras, etc. Corresponde admitir que, desde el punto de vista de la exactitud y precisión para introducir un concepto, lo importante es que el alumno esté maduro, que haya adquirido cierto nivel de maduración sensorio nerviosa porque la adquisición del concepto matemático desde el punto de vista psicológico equivale a llegar a una abstracción. Para llegar al concepto matemático como se ha señalado tradicionalmente, hay toda una gama que va desde el percepto hasta llegar -a través de la generalización y abstracción- al concepto.

Hay pues un aspecto que es netamente material en este proceso de adquisición del concepto matemático, que lo da el ambiente y la captación de los sentidos. Aspecto o contenido material éste que requiere una elaboración en el propio sujeto, de acuerdo a esa maduración sensorio nerviosa a que nos hemos referido. Quiere decir que hay una fase sensorial, fase real y luego otra síquica que es de generalización y abstracción. Aquí radica, nos parece, el fundamento psicológico a que aludimos.

Pero, el concepto matemático establece otras estructuras, porque establece las relaciones que existen entre las cosas, porque para que tengamos un concepto matemático no podemos aislarlo de los conceptos o de las nociones que están antes y de las que devienen, por cuanto la matemática conceptual es de relaciones. No sabe matemática el que no sabe relacionar. Quien hace una ecuación y no hace el pensamiento reversible no relaciona. El concepto matemático entonces es el de la reversibilidad, el de las relaciones. Por ej.: el niño que cuenta de 1 a 5 y que no relaciona que 5 equivale a $4 + 1$, ó $3 + 2$, ó $1 + 1 + 1$, etc. no ha llegado al concepto 5 desde el punto de vista matemático.

Sabe contar, pero no sabe relacionar.

El concepto matemático, entonces, es muy difícil de asir porque requiere ese grado de maduración sensorio nerviosa que habilite al educado para la abstracción y la generalización. Etapa ésta o paso éste, de lo concreto a lo abstracto, que el educando logrará a través de todo el proceso educativo.

Didáctica Material

El docente ha de situarse en esta realidad que hemos descrito en que todo lo que el alumno aprehende, para aprenderlo, para llegar a la abstracción y para despegarse de las cosas, deberá actuar y razonar y mediante el razonamiento, precisamente abstraer, conceptualizar.

Y aquí corresponde, con el alcance y las limitaciones con que hemos definido lo que entendemos por exactitud y precisión en los conceptos matemáticos, estudiar muy profundamente cuál es el material que puede ayudarnos para que el concepto llegue al escolar con la exactitud y con el rigor con que deben llegar los conceptos matemáticos.

El material didáctico nos lleva a que el niño descubra por sí mismo las relaciones de los conceptos matemáticos, la exactitud que deben tener, la precisión que requieren para que tengan validez y la exactitud de la comprobación.

En este sentido el material será un medio para llevar al niño a la verdad objetiva de la matemática, para llevarlo a desprenderse de ese material en un momento determinado, después que lo accionó, que lo manipuló, que descubrió la exactitud, que vio la precisión, tiene que despegarse de él y llegar a una verdadera abstracción.

Logro, éste, del concepto matemático, que estará dado en base al accionar del propio alumno, a su propio descubrimiento. Aunque aquí precisamos que no compartimos esa errónea interpretación que de Piaget hacen quienes enfatizan exclusivamente la autoactividad del niño en el proceso de aprendizaje. No somos fanáticos del método de enseñanza llamado "descubri-

miento", porque hay muchos descubrimientos que están más allá de las posibilidades del niño y que sólo logrará con una competente orientación del educador y porque además no podemos pretender que el niño descubra por sí mismo, en pocos años, lo que la humanidad ha descubierto en miles de años.

Hay hechos, relaciones, que el alumno debidamente orientado, puede entender aun cuando no los pueda descubrir de por sí y que sólo podrá entenderlos si se le lleva con experiencias cuidadosamente seleccionadas. Esa abstracción del concepto matemático se relacionará directamente con la acción que despliegue el propio alumno, donde el docente no impondrá ni exactitud ni precisión, pero que deberá desprenderse de ese proceso de relación, de reversibilidad que intrínsecamente debe acompañar a todo concepto matemático.

Sin pretender pues, agotar ni mucho menos tema tan extenso y por momentos apasionante, a manera de síntesis de lo que hemos expuesto, podríamos afirmar que el alumno cumplirá la exactitud y precisión en los conceptos matemáticos, cuando el educador, además de valorar qué es el concepto matemático, evalúe también su fundamento psicológico, su valor como ciencia formativa y sus relaciones con la didáctica en cuanto al método y al material empleado.